



РУКОВОДЯЩИЙ НОРМАТИВНЫЙ ДОКУМЕНТ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОГРЕШНОСТИ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ В РЕАЛЬНЫХ УСЛОВИЯХ ЭКСПЛУАТАЦИИ.

МЕТОДЫ РАСЧЕТА

РД 50-453-84

СОДЕРЖАНИЕ

[1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ](#)

[2. ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ РАСЧЕТА ХАРАКТЕРИСТИК
ПОГРЕШНОСТИ СРЕДСТВА ИЗМЕРЕНИЙ](#)

[3. РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК ПОГРЕШНОСТИ СРЕДСТВ
ИЗМЕРЕНИЙ В РЕАЛЬНЫХ УСЛОВИЯХ ЭКСПЛУАТАЦИИ](#)

[ПРИЛОЖЕНИЕ 1 Справочное УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ](#)

[ПРИЛОЖЕНИЕ 2 Справочное ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА
ХАРАКТЕРИСТИК ПОГРЕШНОСТИ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ В
РЕАЛЬНЫХ УСЛОВИЯХ ЭКСПЛУАТАЦИИ](#)

РУКОВОДЯЩИЙ НОРМАТИВНЫЙ ДОКУМЕНТ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Характеристики погрешности средств
измерений
в реальных условиях эксплуатации

Методы расчета

**РД
50-453-84**

**Введены
впервые**

Утверждены Постановлением Государственного комитета
СССР по стандартам от 8 февраля 1984 г. № 448.



Постановлением Государственного комитета СССР по стандартам от 28 мая 1985 г. № 1501 срок введения установлен

с 01.01.86

Настоящие методические указания устанавливают методы расчета характеристик составляющей погрешности прямых однократных измерений - погрешности средства измерений (СИ) - по нормируемым в соответствии с [ГОСТ 8.009-84](#) метрологическим характеристикам СИ, известным характеристикам влияющих величин и входного сигнала.

Методические указания предназначены для использования при разработке нормативно-технических документов по расчету погрешности измерений или соответствующих разделов других нормативно-технических документов; при разработке методик выполнения измерений, в частности, при выборе методов измерений и СИ, обеспечивающих заданные нормы точности измерений.

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

1.1. Методы, рекомендуемые данными МУ, позволяют рассчитать следующие характеристики погрешности СИ.

1.1.1. Математическое ожидание $M[ДСИ]$ и среднее квадратическое отклонение $s[ДСИ]$ погрешности СИ*.

* Список обозначений приведен в [приложении 1](#).

1.1.2. Нижнюю $ДСИ.Н$ и верхнюю $ДСИ.В$ границы интервала, в котором с вероятностью P находится погрешность СИ.

1.2. Для расчета характеристик погрешности СИ рекомендуется использовать один из методов, в зависимости от задач измерений, экономической целесообразности и доступной исходной информации.

1.2.1. Первый метод ([п. 3.1](#)) включает в себя расчет статистических моментов составляющих погрешности СИ и позволяет определить характеристики погрешности СИ как по [п. 1.1.1](#), так и по [п. 1.1.2](#).



Этот метод дает более рациональную (при числе составляющих погрешности СИ более трех) оценку погрешности СИ за счет пренебрежения редко реализующимися значениями погрешности, для чего назначается $P < 1$.

1.2.2. Второй метод (п. 3.2) включает в себя расчет наибольших возможных значений составляющих погрешности СИ и позволяет определить характеристики погрешности СИ только по п. 1.1.2 и только при $P=1$. Этот метод дает грубую (при числе составляющих погрешности СИ более трех), хотя и надежную оценку погрешности СИ, включающую в себя редко реализующиеся значения погрешности.

Второй метод расчета целесообразно использовать, если:

хотя бы маловероятное нарушение требований к точности измерений может привести к серьезным отрицательным техническим или экономическим последствиям или связано с угрозой здоровью и жизни людей;

завышение требований к метрологическим характеристикам СИ, к которому ведет применение данного метода расчета при заданной норме точности измерений, и связанные с этим дополнительные затраты не препятствуют применению таких СИ.

1.3. В данных методических указаниях излагаются методы расчета, для которых в качестве исходных данных используются комплексы метрологических характеристик СИ, предусмотренные [ГОСТ 8.009-84](http://www.gost.ru). В обоснованных случаях, в частности, для комплексов метрологических характеристик, отличающихся от предусмотренных [ГОСТ 8.009-84](http://www.gost.ru), допускается применение других методов расчета характеристик погрешности СИ.

1.4. Характеристики погрешности СИ, рассчитанные в соответствии с настоящими методическими указаниями, в общем случае не следует отождествлять с характеристиками погрешности измерений. Помимо погрешности СИ погрешность измерений включает в себя методическую составляющую; составляющую от взаимодействия СИ с объектом измерений; составляющую, вносимую оператором при отсчете результатов измерений, методы расчета характеристик которых в данных методических указаниях не рассматриваются.



2. ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ДЛЯ РАСЧЕТА ХАРАКТЕРИСТИК ПОГРЕШНОСТИ СРЕДСТВА ИЗМЕРЕНИЙ

2.1. Для расчета характеристик погрешности СИ в реальных условиях эксплуатации необходимо располагать следующими исходными данными:

нормируемыми метрологическими характеристиками СИ ([пп. 2.2.1](#) или [2.3.1](#));

характеристиками влияющих величин ([пп. 2.2.2](#) или [2.3.2](#));

характеристиками входного сигнала ([пп. 2.2.3](#) или [2.3.3](#));

2.2. В качестве исходных данных при расчете характеристик погрешности СИ первым методом ([п. 3.1](#)) используются следующие характеристики.

2.2.1. Нормируемые метрологические характеристики СИ:

математическое ожидание $M[D_{0S}]$ систематической составляющей основной погрешности СИ;

среднее квадратическое отклонение $s[D_{0S}]$ систематической составляющей основной погрешности СИ;

предел $sp[D^{\circ}_{0S}]$ допускаемого среднего квадратического отклонения случайной составляющей основной погрешности СИ;

предел N_{op} допускаемой вариации СИ при нормальных условиях;

номинальная цена m_{sf} единицы наименьшего разряда кода цифрового измерительного прибора (аналого-цифрового измерительного преобразователя);

номинальные функции влияния $y_{s.sf}(x_j)$, $j=1, 2...n$ на систематическую составляющую погрешности СИ;



номинальные функции влияния $y_{s.sf}(x_j)$, $j=1, 2...l$ на среднее квадратическое отклонение случайной составляющей погрешности СИ;

номинальные функции влияния $y_{H.sf}(x_j)$, $j=1, 2...k$ на вариацию СИ;

одна из полных динамических характеристик СИ: номинальная переходная характеристика $h_{sf}(t)$, номинальная импульсная переходная характеристика $g_{sf}(t)$, номинальная амплитудно-фазовая характеристика $G_{sf}(j\omega)$, номинальная передаточная функция $G_{sf}(S)$.

Примечания:

1. Перечисленные нормируемые метрологические характеристики указываются в нормативно-технической документации на СИ как характеристики любого экземпляра СИ данного типа. Вместо этих характеристик в качестве исходных данных могут использоваться индивидуальные метрологические характеристики СИ, определяемые в результате исследования конкретного экземпляра СИ:

наибольшая возможная по абсолютной величине D_{sm} неисключенная систематическая составляющая погрешности СИ;

среднее квадратическое отклонение $s[D^\circ]$ случайной составляющей погрешности СИ;

вариация H СИ;

цена единицы наименьшего разряда кода цифрового измерительного прибора (аналого-цифрового измерительного преобразователя);

функции влияния $y_{s.sf}(x_j)$, $j=1, 2...n$ на систематическую составляющую погрешности СИ;

функции влияния $y_{s.sf}(x_j)$, $j=1, 2...l$ на среднее квадратическое отклонение случайной составляющей погрешности СИ;

функции влияния $y_{H.sf}(x_j)$, $j=1, 2...k$ на вариацию СИ;

одна из полных динамических характеристик СИ: номинальная переходная характеристика $h(t)$, номинальная импульсная



переходная характеристика $g(t)$, номинальная амплитудно-фазовая характеристика $G(j\omega)$, номинальная передаточная функция $G(S)$.

2. В [п. 2.2.1](#) указаны только те метрологические характеристики СИ из числа вошедших в комплексы, предусмотренных в [ГОСТ 8.009-84](#), которые необходимы для расчета характеристик погрешности СИ.

3. В исходные данные могут входить не все метрологические характеристики, перечисленные в и. 2.2.1 и примечании 1 к нему, если некоторые из них несущественны для СИ.

2.2.2. Характеристики влияющих величин x_j .

2.2.2.1. Значения $x_j, j=1, 2 \dots n$ (l, k) влияющих величин.

2.2.2.2. Математические ожидания $M[x_j]$, средние квадратические отклонения $s[x_j]$, наименьшие x_{nj} и наибольшие x_{ej} значения влияющих величин, соответствующие реальным условиям эксплуатации СИ, $j=1, 2 \dots n$ (l, k).

2.2.3. Характеристики входного сигнала x : спектральная плотность $S_x(\omega)$ или автокорреляционная функция $R_x(t)$ входного сигнала СИ, соответствующие реальным условиям эксплуатации СИ.

2.3. В качестве исходных данных при расчете характеристик погрешности СИ вторым методом ([п. 3.2](#)) используются следующие характеристики.

2.3.1. Нормируемые метрологические характеристики СИ:

предел D_{op} допускаемых значений основной погрешности СИ;

наибольшие допускаемые изменения $e_p(x_j), j=1, 2 \dots n$ погрешности СИ, вызванные изменением влияющих величин или неинформативных параметров входного сигнала (в дальнейшем, влияющих величин) x_j в установленных пределах;

номинальная амплитудно-частотная характеристика $A_{sf}(\omega)$ СИ.

2.3.2. Характеристики влияющих величин x_j .

2.3.2.1. Значения $x_j, j=1, 2 \dots$ и влияющих величин.



2.3.2.2. Наименьшие x_{nj} и наибольшие x_{ej} , $j= 1, 2 \dots n$ значения влияющих величин, соответствующие реальным условиям эксплуатации СИ.

Примечание. Под реальными условиями эксплуатации СИ понимаются условия конкретного применения СИ, составляющие часть или, в частном случае, совпадающие с рабочими условиями, регламентированными в нормативно-технической документации на СИ.

2.3.3. Характеристики входного сигнала x : нижняя w_n и верхняя w_v границы спектра частот реального входного сигнала СИ.

2.4. Все исходные данные, используемые для расчета, должны быть приведены к одной и той же точке схемы измерений: входу или выходу СИ и выражены в единицах, обеспечивающих получение всех составляющих погрешности СИ в одних и тех же абсолютных или относительных (в долях или процентах от одного и того же значения измеряемой величины) единицах.

3. РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК ПОГРЕШНОСТИ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ В РЕАЛЬНЫХ УСЛОВИЯХ ЭКСПЛУАТАЦИИ

3.1. Первый метод расчета характеристик погрешности СИ в реальных условиях эксплуатации (примеры расчета см. в [приложении 2](#)).

3.1.1. Математическое ожидание $M[D_x]$ статической составляющей погрешности СИ при реальных значениях влияющих величин вычисляется по формулам:

если исходные данные о влияющих величинах x_j заданы в соответствии с [п. 2.2.2.1](#), то



$$M[\Delta_{\xi}] = M[\Delta_{ys}] + \sum_{j=1}^n \psi_{s,sf}(\xi_j) \quad (1)$$

если исходные данные о влияющих величинах x_j заданы в соответствии с [п. 2.2.2.2](#), то

$$M[\Delta_{\xi}] = M[\Delta_{ys}] + \sum_{j=1}^n M[\psi_{s,sf}(\xi_j)] \quad (2)$$

Суммирование выполняется для n влияющих величин, для которых нормированы метрологические характеристики $y_{s,sf}(x_j)$, $j=1, 2, \dots, n$ СИ по [п. 2.2.1](#) и значения которых в момент измерения отличаются от установленных для данного СИ нормальных значений.

3.1.1.1. Для линейных функций влияния $y_{s,sf}(x_j) = K_{s,sf}(x_j - x_{ref,j})$ значения $M[y_{s,sf}(x_j)]$ вычисляются по формуле

$$M[\psi_{s,sf}(\xi_j)] = K_{s,sf}(M[\xi_j] - \xi_{ref,j}) \quad (3)$$

3.1.2.1. Для вычисления $M[y_{s,sf}(x_j)]$ нелинейной функции влияния $y_{s,sf}(x_j)$ необходимы данные о законе распределения $j(x_j)$ влияющей величины x_j

$$M[\psi_{s,sf}(\xi_j)] = \int_{\xi_{j,н}}^{\xi_{j,р}} \psi_{s,sf}(\xi_j) \cdot \varphi(\xi_j) d\xi_j \quad (4)$$

Приближенные значения $M[y_{s,sf}(x_j)]$ нелинейных функций влияния вычисляются по формуле



$$M[\psi_{s, sf}(\xi_j)] = \psi_{s, sf}(M[\xi_j]) + 0,5\psi''_{s, sf}(M[\xi_j]) \cdot \sigma^2[\xi_j] \quad (5)$$

Примечания:

1. Если для СИ нормирован предел D_{osp} допускаемых значений систематической составляющей основной погрешности без указания значения $M[D_{os}]$ и если нет оснований предполагать несимметричность распределения указанной погрешности в пределах D_{osp} , то допускается для расчетов характеристик погрешности СИ пользоваться предположением $M[D_{os}]=0$.

2. Для СИ с индивидуальными метрологическими характеристиками ([п. 2.2.1](#), [примечание 1](#)) для расчетов характеристик погрешности СИ принимается $M[D_{os}]=0$.

3. Если для j -й влияющей величины известны только ее наименьшее x_{Hj} и наибольшее x_{Bj} значения, соответствующие реальным условиям эксплуатации СИ, и нет оснований выделить области предпочтительных значений влияющей величины в границах от x_{Hj} до x_{Bj} , несимметрично расположенные относительно центра интервала, определяемого указанными границами, то допускается для расчетов характеристик погрешности СИ пользоваться предположением

$$M[x_j] = 0,5(x_{Hj} + x_{Bj}).$$

3.1.2. Дисперсия $D[D_x]$ статической составляющей погрешности СИ при реальных значениях влияющих величин вычисляется по формулам:

если исходные данные о влияющих величинах x_j заданы в соответствии с [п. 2.2.2.1](#), то

$$D[\Delta_x] = \sigma^2[\Delta_{os}] + \left\{ \sigma_p[\Delta_0] + \sum_{j=1}^l \psi_{\sigma, sf}(\xi_j) \right\}^2 + \frac{1}{12} \left[H_{op} + \sum_{j=1}^k \psi_{\sigma, sf}(\xi_j) \right]^2 + \frac{\mu_{sf}^2}{12}, \quad (6)$$

если исходные данные о влияющих величинах заданы в соответствии с [п. 2.2.2.2](#), то



База нормативной документации: www.complexdoc.ru

$$D[\Delta_x] = \frac{1}{12} \left[H_{оп} + \sum_{j=1}^n \psi_{\sigma.sfm}(\xi_j) \right]^2 + \frac{\mu_{sf}^2}{12}.$$

(7)

Для аналоговых СИ $m_{sf}=0$.

Суммирование выполняется для n , l и k влияющих величин, для которых нормированы метрологические характеристики $y_{s.sf}(x_j)$, $j=1, 2, \dots, n$; $y_{s.sf}(x_j)$, $j=1, 2, \dots, l$; $y_{H.sf}(x_j)$, $j=1, 2, \dots, k$ по [п.2.2.1](#) и значения которых в момент измерения отличаются от установленных для данного СИ нормальных значений.

3.1.2.1. Для линейных функций $y_{s.sf}(x_j) = K_{s.sf}(x_j - x_{ref,j})$ значения $D[y_{s.sf}(x_j)]$ вычисляется по формуле

$$D[\psi_{s.sf}(\xi_j)] = K_{s.sf}^2 \sigma^2(\xi_j)$$

(8)

3.1.2.2. Для вычисления $D[y_{s.sf}(x_j)]$ нелинейной функции влияния $y_{s.sf}(x_j)$ необходимы данные о законе распределения $j(x_j)$ влияющей величины x_j

$$D[\psi_{s.sf}(\xi_j)] = \int_{\xi_{j1}}^{\xi_{j2}} \{ \psi_{s.sf}(\xi_j) - M[\psi_{s.sf}(\xi_j)] \}^2 \varphi(\xi_j) d\xi_j.$$

(9)

Приближенные значения $D[y_{s.sf}(x_j)]$ для нелинейных функций влияния вычисляются по формуле

$$D[\psi_{s.sf}(\xi_j)] = [\psi'_{s.sf}(M[\xi_j])]^2 \sigma^2[\xi_j] + 0,4 [\psi''_{s.sf}(M[\xi_j])]^2 \sigma^4[\xi_j],$$

(10)

где $M[y_{s.sf}(x_j)]$ - вычисляется в соответствии с [\(4\)](#), [\(5\)](#).



Примечания:

1. Если для СИ нормирован предел D_{osp} допускаемых значений систематической составляющей основной погрешности без указания значения $s[D_{os}]$ и если нет оснований предполагать несимметричность и полимодальность распределения указанной погрешности в пределах D_{osp} , то допускается для расчетов характеристик погрешности СИ пользоваться предположением

$$\sigma[\Delta_{os}] = \Delta_{osp} / \sqrt{3}.$$

2. Для СИ с индивидуальными метрологическими характеристиками ([п. 2.2.1](#), [примечание 1](#)) для расчетов характеристик погрешности СИ принимается

$$\sigma[\Delta_{vj}] = \Delta_{vj} / \sqrt{3}.$$

3. Если для j -й влияющей величины известны только ее наименьшее $x_{нj}$ и наибольшее x_{vj} значения, соответствующие реальным условиям эксплуатации СИ, и нет оснований выделить области предпочтительных значений влияющей величины в границах от $x_{нj}$ до x_{vj} , за исключением, может быть, области вокруг центра интервала, определяемого указанными границами, то допускается для расчетов характеристик погрешности СИ пользоваться предположением

$$\sigma[\xi_j] = (\xi_{vj} - \xi_{нj}) / 2\sqrt{3}.$$

3.1.3. Дисперсия $D[D_{dyn}]$ приведенной к выходу динамической составляющей погрешности аналогового СИ вычисляется по формуле



$$D[\Delta_{\text{фн}}] = 2 \int_0^{\infty} |G_{\text{sf}}(j\omega) - G_{\text{sf}}(j\omega_0)|^2 S_x(\omega) d\omega. \quad (11)$$

Примечания:

1. Если в качестве характеристики входного сигнала задана его автокорреляционная функция $R_x(t)$ (п. 2.2.3), то предварительно вычисляется спектральная плотность входного сигнала по формуле

$$S_x[\omega] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau. \quad (12)$$

2. Если в качестве динамической характеристики нормирована передаточная функция $G_{\text{sf}}(S)$ (п. 2.2.1), то предварительно заменой аргумента S на $j\omega$ получают амплитудно-фазовую характеристику $G_{\text{sf}}(j\omega)$.

3. Если в качестве динамической характеристики нормирована импульсная переходная характеристика $g_f(t)$, то предварительно вычисляют амплитудно-фазовую характеристику $G_{\text{sf}}(j\omega)$ по формуле

$$G_{\text{sf}}(j\omega) = \int_0^{\infty} g_{\text{sf}}(t) e^{-j\omega t} dt. \quad (13)$$

4. Если в качестве динамической характеристики нормирована переходная характеристика $h_{\text{sf}}(t)$, то предварительно вычисляют амплитудно-фазовую характеристику по формуле

$$G_{\text{sf}}(j\omega) = j\omega \int_0^{\infty} h_{\text{sf}}(t) e^{-j\omega t} dt. \quad (14)$$

5. Рекомендуются методы расчета динамической погрешности применимы для таких аналоговых СИ, которые могут рассматриваться как линейные.



6. Динамическая погрешность цифровых СИ рассчитывается в соответствии с рекомендациями РД 50-148-79 "Нормирование и определение динамических характеристик аналого-цифровых преобразователей мгновенного электрического напряжения и тока".

3.1.4. Определение характеристик погрешности СИ в реальных условиях его эксплуатации.

3.1.4.1. Характеристики погрешности СИ по [п. 1.1.1](#) вычисляются по формулам

$$M[D_{СИ}] = M[D_X], \quad (15)$$

$$\sigma[\Delta_{СИ}] = \sqrt{D[\Delta_{\xi}] + D[\Delta_{\text{дин}}]}. \quad (16)$$

3.1.4.2. Характеристики погрешности СИ по [п. 1.1.2](#) вычисляются по формулам

$$D_{СИ.н} = M[D_{СИ}] - K_s[D_{СИ}], \quad (17)$$

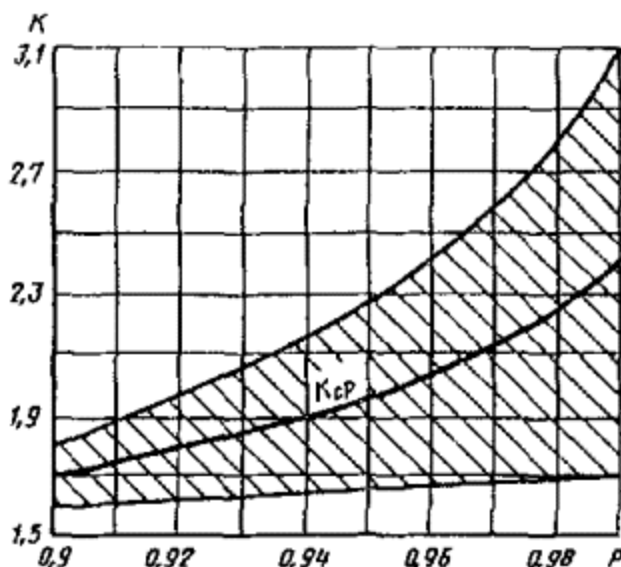
$$D_{СИ.в} = M[D_{СИ}] + K_s[D_{СИ}]. \quad (18)$$

3.1.5. Значение K зависит от вида закона распределения погрешности $D_{СИ}$ и выбранного значения вероятности P . Приближенное значение K может быть найдено в соответствии с рекомендациями [пп. 3.1.5.1](#) и [3.1.5.2](#).

3.1.5.1. Если закон распределения погрешности $D_{СИ}$ может быть отнесен к числу симметричных законов распределения с невозрастающей плотностью по мере удалений от центра распределения, то в качестве значения K может быть принято $K_{ср}$. График зависимости $K_{ср}(P)$ приведен на [рисунке](#).

Заштрихованная на рисунке область соответствует возможным значениям K . Разность между кривой $K_{ср}$ и любой из граничных кривых определяет погрешность коэффициента $K_{ср}$ (при $P = 0,95$ эта погрешность лежит в границах $\pm 16\%$, при $P = 0,99$ - в границах $\pm 30\%$).





3.1.5.2. Для грубых, ориентировочных расчетов, если есть основания предполагать, что закон распределения погрешности $D_{си}$ примерно удовлетворяет условиям [п. 3.1.5.1](#), значение K может вычисляться по формуле

$$K = 5(P - 0,5) \text{ для } 0,8 \leq P < 1 \quad (19)$$

Эта формула дает значения K несколько завышенные по отношению $K_{ср}$.

3.1.5.3. Если для закона распределения погрешности $D_{си}$, удовлетворяющего условиям [п. 3.1.5.1](#), известна оценка параметра l , равного $l = D/2s$, где D - основание усеченной функции плотности распределения вероятностей (т. е. длина интервала погрешности, соответствующая $P=1$), то значения коэффициента K могут выбираться по таблице, где также указана $d_K, \%$ - наибольшая возможная относительная погрешность K .

P	Значения K (числитель) и $d_K, \%$ (знаменатель) при l				
	2	3	4	5	6
0,90	<u>1,6</u>	<u>1,7</u>	<u>1,5</u>	<u>1,2</u>	-



P	Значения K (числитель) и d _K , % (знаменатель) при l				
	2	3	4	5	6
	7	25	40	65	
0,95	<u>1,7</u>	<u>2,0</u>	<u>2,1</u>	<u>2,0</u>	<u>1,9</u>
	8	25	40	45	55
0,98	<u>1,8</u>	<u>2,2</u>	<u>2,5</u>	<u>2,7</u>	<u>2,7</u>
	8	25	40	45	50

3.2. Второй метод расчета характеристик погрешности СИ в реальных условиях эксплуатации.

3.2.1. Наибольшее по абсолютной величине возможное значение D_{cjm} дополнительной погрешности СИ от j-й, влияющей величины вычисляется по формуле

$$D_{cjm} = e_p(x_j) K_e(x_j), \quad (20)$$

где

$$K_s(\xi_j) = \begin{cases} 0, & \text{если } \xi_j = \xi_{ref, j} \\ 1, & \text{если } \xi_j \neq \xi_{ref, j} \end{cases}, \quad (21)$$

если диапазон изменения D_{x_ej} влияющей величины, для которого нормирована метрологическая характеристика e_p(x_j), равен диапазону рабочих условий применения СИ; или



$$K_{\varepsilon}(\xi_j) = \frac{|\xi_j - \xi_{ref.j}|}{\Delta \xi_j}, \quad (22)$$

если диапазон изменения D_{xj} влияющей величины, для которого нормирована метрологическая характеристика $e_p(x_j)$, равен лишь части диапазона рабочих условий применения СИ, причем для любой части рабочих условий нормируется одно и то же значение $e_p(x_j)$.

Примечание. [Выражение \(21\)](#) предполагает наилучший из всех возможных характер зависимости (ступенчатая функция) дополнительной погрешности СИ D_{cj} от x_j в рабочей области значений влияющей величины. Если в результате исследования определена функция влияния конкретного экземпляра СИ, то расчет D_{cjm} может производиться с использованием этой функции влияния. Например, если в результате исследования установлен линейный характер зависимости D_{cj} от x_j , то для расчета может использоваться [выражение \(22\)](#) вместо [\(21\)](#).

3.2.1.1. Если исходные данные о влияющих величинах x_j заданы в соответствии с [п. 2.3.2.1](#), то при определении значения $K_e(x_j)$ в соответствии с [выражениями \(21\)](#) и [\(22\)](#) в качестве x_j используются конкретные значения влияющей величины.

3.2.1.2. Если исходные данные о влияющих величинах заданы в соответствии с [п. 2.3.2.2](#), то при определении значения $K_e(x_j)$ в соответствии с [выражениями \(21\)](#) и [\(22\)](#) в качестве x_j используется то из значений x_{nj} или x_{vj} , при котором $K_e(x_j)$ имеет наибольшее значение.

3.2.2. Оценка сверху относительного значения $d_{dyn.m}$ динамической погрешности для СИ с линейной фазово-частотной характеристикой вычисляется по формуле

$$\delta_{dyn.m} = \left| 1 - \frac{A_{sf}(\omega_0)}{A_{sf}(\omega_m)} \right|, \quad (23)$$

где $A_{sf}(\omega_0)$ - номинальная амплитудно-частотная характеристика при нормальном значении ω_0 частоты;

$A_{sf}(\omega_m)$ - номинальная амплитудно-частотная характеристика, наиболее отклоняющаяся на интервале $\omega_n \leq \omega_m \leq \omega_{в}$ ([п. 2.3.3](#)) от значения $A_{sf}(\omega_0)$.



3.2.3. Нижняя $D_{\text{си.н}}$ и верхняя $D_{\text{си.в}}$ - границы интервала, в котором с вероятностью $P=1$ находится погрешность СИ в реальных условиях эксплуатации ([п. 1.1.2](#)), вычисляются по формулам

$$\Delta_{\text{си.в}} = \Delta_{\text{оп}} + \sum_{j=1}^n \Delta_{\text{qjm}} + \delta_{\text{dyn.m}} R; \quad (24)$$

$$\Delta_{\text{си.н}} = -\Delta_{\text{си.в}}; \quad (25)$$

где R - результат измерения.

Суммирование выполняется для n влияющих величин, для которых нормированы метрологические характеристики $e_p(x_j)$, $j=1, 2 \dots n$ СИ по [п. 2.3.1](#) и значения которых в момент измерения отличаются от установленных для данного СИ нормальных значений.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Справочное

УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

$D_{\text{си}}$ - погрешность СИ в реальных условиях эксплуатации;

$D_{\text{си.н}}$, $D_{\text{си.в}}$ - нижняя и верхняя границы интервала, в котором с вероятностью P находится погрешность СИ;

$D_{\text{ос}}$ - систематическая составляющая основной погрешности СИ;

$D_{\text{см}}$ - наибольшее возможное по абсолютной величине значение неисклученной систематической



- составляющей погрешности конкретного экземпляра СИ;
- $sp[D^{\circ}0]$ - предел допускаемого среднего квадратического отклонения случайной составляющей основной погрешности конкретного экземпляра СИ;
- H_{op} - предел допускаемой вариации СИ при нормальных условиях
- msf - номинальная цена единицы наименьшего разряда кода цифрового измерительного прибора (аналого-цифрового измерительного преобразователя);
- $ys.sf(x_j)$ - номинальная функция влияния j -й влияющей величины на систематическую составляющую погрешности СИ;
- $ys.sf(x_j)$ - номинальная функция влияния j -й влияющей величины на среднее квадратическое отклонение случайной составляющей погрешности СИ;
- $yh.sf(x_j)$ - номинальная функция влияния j -й влияющей величины на вариацию СИ;
- $ep(x_j)$ - наибольшее допускаемое изменение погрешности СИ, вызванное отклонением j -й влияющей величины от нормального значения;
- Dx_{ej} - приращение j -й влияющей величины, для которой нормирована метрологическая характеристика $ep(x_j)$;
- $K_{s.sfj}$ - номинальный коэффициент влияния j -й влияющей величины на систематическую составляющую погрешности СИ;
- $K_{s.sfj}$ - номинальный коэффициент влияния j -й влияющей величины на среднее квадратическое отклонение случайной составляющей погрешности СИ;
- $K_{h.sfj}$ - номинальный коэффициент влияния j -й влияющей величины на вариацию СИ;
- D_{op} - предел допускаемой основной погрешности СИ;



- $h_{sf}(t)$ - номинальная переходная характеристика СИ;
- $g_{sf}(t)$ - номинальная импульсная переходная характеристика СИ;
- $G_{sf}(j\omega)$ - номинальная амплитудно-фазовая характеристика;
- $G_{sf}(S)$ - номинальная передаточная функция;
- $A_{sf}(\omega)$ - номинальная амплитудно-частотная характеристика;
- x_j - j -я влияющая величина;
- x_{nj}, x_{vj} - наименьшие и наибольшие значения j -й влияющей величины, соответствующие реальным условиям эксплуатации СИ;
- $x_{ref,j}$ - нормальное значение j -й влияющей величины;
- $j(x_j)$ - закон распределения влияющей величины x_j ;
- X - значение входного сигнала;
- ω_H, ω_B - нижняя и верхняя границы спектра частот входного сигнала СИ;
- $S_x(\omega)$ - спектральная плотность входного сигнала СИ;
- $R_x(t)$ - автокорреляционная функция входного сигнала СИ;
- D_x - статическая составляющая погрешность СИ при реальных значениях влияющих величин;
- $y_{s.sf}(M[x_j])$ - номинальная функция влияния $y_{s.sf}(x_j)$ при $x_j = M[x_j]$;
- $y'_{s.sf}(M[x_j]),$
- $y''_{s.sf}(M[x_j])$ - первая и вторая производные от номинальной функции влияния $y_{s.sf}(x_j)$ при $x_j = M[x_j]$;
- $u_{н.sfm}(x_j),$
- $y_{с.sfm}(x_j)$ - наибольшие на интервале $x_{nj} \leq x_j \leq x_{vj}$ номинальные функции влияния $u_{н.sfm}(x_j)$, и $y_{с.sfm}(x_j)$;
- D_{dyn} - динамическая составляющая погрешности СИ;



- K - коэффициент, используемый для вычисления интервальной оценки погрешности СИ по ее среднему квадратическому отклонению;
- $D_{сjm}$ - наибольшая возможная дополнительная погрешность СИ от j -й влияющей величины;
- $K_e(x_j)$ - коэффициент, используемый для вычисления наибольшей возможной дополнительной погрешности СИ;
- $d_{dyn.m}$ - оценка сверху относительной динамической погрешности СИ;
- $M[x]$ - символ математического ожидания;
- $D[x]$ - символ дисперсии;
- $s[x]$ - символ среднего квадратического отклонения.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Справочное

ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА ХАРАКТЕРИСТИК ПОГРЕШНОСТИ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ В РЕАЛЬНЫХ УСЛОВИЯХ ЭКСПЛУАТАЦИИ

Пример 1. Расчет характеристик погрешности аналогового средства измерений мгновенных значений напряжения по первому методу ([п. 3.1](#))

1.1. Исходные данные.

1.1.1. Нормируемые метрологические характеристики СИ:



предел допускаемой систематической составляющей основной погрешности $D_{osp}=10$ мВ;

предел допускаемого среднего квадратического отклонения случайной составляющей основной погрешности $sp[D^{\circ}0]=5$ мВ;

предел допускаемой вариации $H_{op}=6$ мВ;

номинальные функции влияния на систематическую составляющую погрешности

$$y_{s.sf}(x_1)=K_{s.sf1}(x_1-x_{ref.1}), y_{s.sf}(x_2)=K_{s.sf1}(x_2-x_{ref.2}),$$

где $K_{s.sf1}=0,5$ мВ/°С; $K_{s.sf2}=0,4$ мВ/В - номинальные значения коэффициентов влияния температуры и напряжения питания на систематическую составляющую погрешности;

$x_{ref.1}=20^{\circ}\text{C}$; $x_{ref.2}=220$ В - нормальные значения влияющих величин;

номинальные функции влияния на среднее квадратическое отклонение случайной составляющей погрешности

$$y_{s.sf}(x_1)=K_{s.sf1}(x_1-x_{ref.1}), y_{s.sf}(x_2)=K_{s.sf1}(x_2-x_{ref.2}),$$

где $K_{s.sf1}=0,1$ мВ/°С; $K_{s.sf2}=0,1$ мВ/В - номинальные значения коэффициентов влияния температуры и напряжения питания на среднее квадратическое отклонение случайной составляющей погрешности;

номинальная амплитудно-фазовая характеристика

$$G_{sf}(j\omega)=\frac{K_{sf}}{1+j\omega T},$$

где $K_{sf}=1$ - номинальный коэффициент преобразования СИ при нормальном значении $\omega_0=0$ частоты входного сигнала; $T=5$ мс - постоянная времени.

1.1.2. Характеристики влияющих величин.

$$x_{H1}=25^{\circ}\text{C}, x_{B1}=35^{\circ}\text{C}, x_{H2}=200\text{ В}, x_{B2}=230\text{ В}.$$



1.1.3. Автокорреляционная функция измеряемого напряжения (характеристика входного сигнала) $R(t)=DU \times e^{-a|t|}$, где $DU=0,1$ В - дисперсия измеряемого напряжения;

$$a=0,2c^{-1}.$$

1.2. Расчет математического ожидания и дисперсии статической составляющей погрешности СИ при значениях влияющих величин, отличающихся от нормальных значений.

1.2.1. Математическое ожидание $M[D_X]$ статической составляющей погрешности СИ для заданных характеристик влияющих величин вычисляется по формулам [п. 3.1.1.](#)

Для случая, когда нет оснований предполагать несимметричность распределения значений систематической составляющей основной погрешности в интервале $(-D_{osp}, D_{osp})$ и значений влияющих величин x_1, x_2 , в интервалах $(x_{н1}, x_{в1}), (x_{н2}, x_{в2})$

$$M[D_{os}]=0, M[x_1]=0,5(x_{н1}+x_{в1})=0,5(25+35)=30^\circ C, \\ M[x_2]=0,5(x_{н2}+x_{в2})=0,5(200+300)=250B.$$

В соответствии с [формулами \(2\), \(3\)](#)

$$M[D_X]=M[D_{os}]+K_{s.sf1}(M[x_1]-x_{ref.1})+K_{s.sf2}(M[x_2]-x_{ref.2})=0,5 \times 10-0,4 \times 5=3mB.$$

1.2.2. Дисперсия $D[D_X]$ статической составляющей погрешности СИ для заданных характеристик влияющих величин вычисляется по [формулам \(7\), \(8\)](#)

$$D[D_X]=s^2[D_{os}]+\{sp[D^o0]+K_{s.sf1}(x_{в1}-x_{ref.1})+K_{s.sf2}(x_{в2}-x_{ref.2})\}^2+K_{s.sf1}^2s^2[x_1]+K_{s.sf2}^2s^2[x_2]$$

Для случая, когда нет оснований выделить область предпочтительных значений систематической составляющей основной погрешности в интервале $(-D_{osp}, D_{osp})$ и области предпочтительных значений влияющих величин x_1, x_2 в интервалах $(x_{н1}, x_{в1}), (x_{н2}, x_{в2})$

$$D[D_{os}] = \frac{\Delta_{os}^2}{3} = \frac{(35-25)^2}{3} = 33,3mB^2;$$

$$\sigma[\xi_1] = \frac{\xi_{e1} - \xi_{н1}}{\sqrt{12}} = \frac{35 - 25}{\sqrt{12}} = 2,9^\circ C;$$

$$\sigma[\xi_2] = \frac{\xi_{e2} - \xi_{н2}}{\sqrt{12}} = \frac{230 - 200}{\sqrt{12}} = 8,7^\circ C;$$



С учетом полученных значений средних квадратических отклонений

$$D[D_x] = 33,3 + (5 + 1,5 + 2)^2 + 0,25 \times 2,9^2 + 0,16 \times 8,7^2 + 6^2 / 12 = 123 \text{ мВ}^2.$$

1.3. Расчет дисперсии $D[D_{\text{dyn}}]$ динамической составляющей погрешности СИ производится по [формулам \(11\), \(12\) п. 3.1.3.](#) Предварительно по автокорреляционной функции измеряемого напряжения вычисляется спектральная плотность энергии измеряемого напряжения

$$S_U[\omega] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} D_U e^{-2|\eta|} e^{-j\omega\tau} d\tau = \frac{D_U \alpha}{\pi(\alpha^2 + \omega^2)} \left[\frac{\text{мВ}^2}{\text{рад}} \right].$$

Дисперсия динамической составляющей погрешности, приведенной ко входу СИ, вычисляется по формуле

$$D[\Delta_{\text{dyn}}] = 2 \int_0^{\infty} \left| \frac{1}{1 + j\omega T} - 1 \right|^2 S_U(\omega) d\omega = \frac{D_U \alpha T}{1 + \alpha T} = \frac{1 \cdot 10^5 \cdot 0,2 \cdot 0,005}{1 + 0,2 \cdot 0,005} = 100 \text{ мВ}^2.$$

1.4. Расчет характеристик погрешности СИ в реальных условиях его эксплуатации.

1.4.1. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение погрешности СИ вычисляется по [формулам \(15\), \(16\) п. 3.1.4.](#)

$$M[D_{\text{СИ}}] = M[D_x] = 3 \text{ мВ};$$

$$\sigma[\Delta_{\text{СИ}}] = \sqrt{D[\Delta_{\xi}] + D[\Delta_{\text{dyn}}]} = \sqrt{123 + 100} = 15 \text{ мВ}.$$

1.4.2. Границы интервальной оценки погрешности СИ вычисляются по [формулам \(17\), \(18\) п. 3.1.4.2.](#) Если есть основания предполагать, что закон распределения погрешности $D_{\text{СИ}}$ является



симметричным, одномодальным и не более островершинным, чем нормальное распределение, то значение коэффициента $K_{ср}$ можно определять по кривой, представленной на рисунке. Для значения $P=0,95$ коэффициент $K_{ср}$ составляет 1,95, тогда

$$D_{си.н} = M[D_{си}] - K_{ср} \sigma[D_{си}] = 3 - 1,95 \times 15 = -26,3 \text{ мВ}$$

$$D_{си.в} = M[D_{си}] + K_{ср} \sigma[D_{си}] = 3 + 1,95 \times 15 = 32,3 \text{ мВ}$$

Пример 2. Расчет характеристик погрешности аналогового средства измерений мгновенных значений напряжения по второму методу (п. 3.2)

2.1. Исходные данные.

2.1.1. Нормируемые метрологические характеристики СИ:

предел допускаемых значений основной погрешности $D_{ор} = 20$ мВ;

наибольшее допускаемое изменение $e_p(x_1)$ погрешности, вызванное отклонением температуры от нормального значения (20°C), составляет 5 мВ на каждые 10°C отклонения температуры;

наибольшее допускаемое изменение $e_p(x_2)$ погрешности, вызванное отклонением напряжения питания от нормального значения (220 В) на $\pm 10\%$, составляет 10 мВ;

номинальная амплитудно-частотная характеристика

$$A_{\omega} = \frac{K_{\omega}}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}},$$

где $K_{\omega} = 1$ - номинальный коэффициент преобразования СИ при нормальном значении $\omega_0 = 0$ частоты входного сигнала; $T = 5$ мс - постоянная времени.

2.1.2. Характеристики влияющих величин

$$x_{н1} = 25^\circ\text{C}, x_{в1} = 35^\circ\text{C}, x_{н2} = 200 \text{ В}, x_{в2} = 230 \text{ В}.$$



2.1.3. Спектр частот входного сигнала лежит в диапазоне 0-10 Гц (характеристика входного сигнала).

2.2. Расчет наибольших возможных значений дополнительных погрешностей ([п. 3.2.1](#))

$$\Delta_{c1м} = \varepsilon_p(\xi_1) \frac{\xi_{сг1} - \xi_{сгref.1}}{\Delta \xi_{сг1}} = \frac{(35-20)5}{10} = 7,5 мВ;$$
$$\Delta_{c2м} = \varepsilon_p(\xi_2) \cdot K_s(\xi_2) = 10 мВ.$$

2.3. Расчет оценки сверху относительного значения динамической погрешности ([п. 3.2.2](#))

$$\delta_{\text{дин.м}} = \left| 1 - \frac{K_{\text{д}}}{A_{\text{д}}(\omega_e)} \right| = \left| 1 - \sqrt{1 + \omega_e^2 T^2} \right| = 0,05.$$

2.4. Расчет характеристик погрешности СИ в реальных условиях эксплуатации ([п. 3.2.3](#)).

Нижняя $D_{\text{си.н}}$ и верхняя $D_{\text{си.в}}$ границы интервала, в котором с вероятностью $P=1$ находится погрешность СИ, вычисляется в соответствии с [формулами \(24\), \(25\)](#)

$$D_{\text{си.н}} = -(D_{\text{ор}} + D_{c1м} + D_{c2м} + d_{\text{дин.м}}U) = -(20 + 7,5 + 10 + 0,05U) мВ = -(37,5 + 0,05U) мВ,$$

$$D_{\text{си.в}} = -D_{\text{си.н}} = (37,5 + 0,05U) мВ.$$

Для конкретного значения измеренного мгновенного напряжения $U=0,6$ В границы интервала погрешности составляют $D_{\text{си.н}} = -68$ мВ, $D_{\text{си.в}} = 68$ мВ.

Пример 3. Расчет характеристик погрешности аналого-цифрового преобразователя постоянного тока ([п. 3.1](#))

3.1. Исходные данные.

3.1.1. Нормируемые метрологические характеристики АЦП:



предел допускаемых значений систематической составляющей основной погрешности $D_{osp}=1\text{ мА}$;

предел допускаемых значений среднего квадратического отклонения случайной составляющей основной погрешности $sp[D^0]=0,3\text{ мА}$;

номинальная функция влияния температуры на систематическую составляющую погрешности

$$y_{s.sf}(x_1)=K_{s.sf1}(x_1-x_{ref.1})^2, y_{s.sf}(x_1)=0 \text{ при } x_1 \ll x_{ref.1},$$

$$\text{где } K_{s.sf1}=0,001 \text{ мА}/(^{\circ}\text{C}), x_{ref.1}=20^{\circ}\text{C};$$

номинальная цена единицы наименьшего разряда кода $m_{sf}=1\text{ мА}$.

3.1.2. Характеристики влияющей величины:

$$x_{н1}=30^{\circ}\text{C}, x_{в1}=60^{\circ}\text{C}.$$

3.2. Расчет математического ожидания и дисперсии статической составляющей погрешности АЦП при значениях влияющей величины, отличающихся от нормального значения.

3.2.1. Математическое ожидание $M[D_x]$ статической составляющей погрешности для заданных характеристик влияющей величины вычисляется по формулам [п. 3.1](#). Для случая, когда нет оснований выделить области предпочтительных значений систематической составляющей основной погрешности в интервале $(-D_{osp}, D_{osp})$ и области предпочтительных значений влияющей величины в интервале $(x_{в1}, x_{н1})$, несимметрично расположенные относительно центров указанных интервалов, получим

$$M[D_{osp}]=0, M[x_1]=0,5(x_{н1}+x_{в1})=0,5(30+60)=45^{\circ}\text{C}.$$

В соответствии с [формулами \(2\), \(3\), \(5\)](#) и принятым способом представления нормированной основной погрешности АЦП

$$M[D_x]=M[D_{osp}]+K_{s.sf1}(M[x_1]-x_{ref.1})^2+K_{s.sf1}s^2(x_1)=1 \times 10^{-3}(45-20)^2+1 \times 10^{-3}(60-30)^2/\text{мА}.$$



3.2.2. Дисперсия $D[D_x]$ статической составляющей погрешности АЦП для заданных характеристик влияющей величины вычисляется по [формулам \(7\), \(8\), \(10\)](#)

$$D[D_x] = s^2[D_{osp}] + \{2K_s \cdot sf_1(M[x_1] - x_{ref.1})\}^2 s^2[x_1] + 1,6K_s^2 \cdot sf_1 s^4[x_1] + sp[D^0] + m^2_{sf}/12$$
$$= 0,33 + (2 \times 10^{-3})^2 (45-20)^2$$
$$(60-30)^2/12 + 1,6 \times 1 \times 10^{-6} (60-30)^4/12 + 0,09 + 0,083 = 0,7 \text{ мА}^2.$$

3.2.3. Расчет границ интервальной оценки погрешности АЦП производится по [формулам \(17\), \(18\)](#). Для случая, когда закон распределения погрешности может быть отнесен к числу симметричных законов распределения с невозрастающей плотностью по мере удаления от центра распределения, значение коэффициента K_{cp} вычисляется по [формуле \(19\)](#). Для значения $P=0,9$ коэффициент K_{cp} равен 2, тогда

$$D_{си.н} = M[D_{си}] - K_{cp} s[D_{си}] = 0,7 - 1,7 \times 0,84 = -0,7 \text{ мА}$$

$$D_{си.в} = M[D_{си}] + K_{cp} s[D_{си}] = 0,7 + 1,7 \times 0,84 = 2,1 \text{ мА}$$

